

# ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОДНОГО КЛАССА ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

А.А. Денисковец<sup>1</sup>, П.Б. Павлючик<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Гродненский государственный аграрный университет, Гродно, Беларусь  
aleksei\_deniskov@mail.ru

<sup>2</sup> Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь  
p.pavlyuchik@grsu.by

Рассматривается система линейных однородных обыкновенных дифференциальных уравнений [1]

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad (1)$$

где  $x = \text{colon}(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n > 1$ , квадратная матрица  $A(t)$  порядка  $n$  является гладкой на  $\mathbb{R}$  и, кроме того,

$$A(t) \int_{t_0}^t B(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t B(\tau) d\tau A(t),$$

$$A(t+1) \int_{t_0}^t B(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t B(\tau) d\tau A(t+1), \quad \forall t \in \mathbb{R}, \quad B(t) = A(t+1) - A(t). \quad (2)$$

**Теорема 1.** *Линейная дифференциальная система (1) определяет на многообразии  $\mathbf{R}^n \times S^1$  накрывающее слоение [2]  $F$  с фазовым слоем  $\mathbf{R}^n$ , базой  $S^1$  (единичной окружностью) и фазовой группой, определяемой невырожденным линейным отображением  $Lx$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}^n$ .*

Наряду с линейной дифференциальной системой (1) будем рассматривать линейную дифференциальную систему

$$\frac{dx}{dt} = A_1(t)x, \quad (3)$$

с гладкой матрицей  $A_1(t)$ . Будем считать, что для линейной дифференциальной системы (3) выполняются условия вида (2). На основании теоремы 1 получаем, что линейная дифференциальная система (3) определяет на многообразии  $\mathbf{R}^n \times S^1$  накрывающее слоение  $F_1$  с фазовым слоем  $\mathbf{R}^n$ , базой  $S^1$  (единичной окружностью) и фазовой группой, определяемой невырожденным линейным отображением  $L_1x$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}^n$ . Будем говорить, что голоморфные линейные дифференциальные системы уравнений (1) и (3) *топологически эквивалентны*, если существует гомеоморфизм  $h : \mathbf{R}^n \times S^1 \rightarrow \mathbf{R}^n \times S^1$ , переводящий слои слоения  $F$  в слои слоения  $F_1$ .

**Теорема 2.** *Пусть вещественная нормальная жорданова форма сильно гиперболической матрицы [2, с. 95]  $L$  имеет вид*

$$J(L) = \begin{pmatrix} J_s(L) & 0 \\ 0 & J_u(L) \end{pmatrix},$$

где все собственные значения матрицы  $J_s(L)$  по модулю меньше 1, а все собственные значения матрицы  $J_u(L)$  по модулю больше 1,  $p = \dim J_s(L)$ ; вещественная нормальная жорданова форма сильно гиперболической матрицы  $L_1$  имеет вид

$$J(L_1) = \begin{pmatrix} J_s(L_1) & 0 \\ 0 & J_u(L_1) \end{pmatrix},$$

где все собственные значения матрицы  $J_s(L_1)$  по модулю меньше 1, а все собственные значения матрицы  $J_u(L_1)$  по модулю больше 1,  $q = \dim J_s(L_1)$ . Тогда линейные дифференциальные системы (1) и (3) топологически эквивалентны тогда и только тогда, когда либо  $p = q$ ,  $\det J_s(L) \det J_s(L_1) > 0$ ,  $\det J_u(L) \det J_u(L_1) > 0$ , либо  $p = n - q$ ,  $\det J_s(L) \det J_u^{-1}(L_1) > 0$ ,  $\det J_u(L) \det J_s^{-1}(L_1) > 0$ .

#### Литература

1. Денисовец А. А., Тыщенко В. Ю. О приводимости, устойчивости и топологической эквивалентности одного класса линейных дифференциальных систем // Весн. Гродненскага дзярж. ун-та. Сер. 2. 2012. № 3. С. 33–37.

2. Тыщенко В. Ю. Накрывающие слоения дифференциальных систем. Гродно: ГрГУ, 2011.

## ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ПЯТОЙ СТЕПЕНИ ПО ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

В.С. Денисов

Витебский государственный технологический университет, Витебск, Беларусь  
primakovasv@tut.by

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Dy^5 + Ay^3 + By + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > 0, \quad B > 0, \quad D > 0, \quad (1)$$

где функции  $f(x)$  и  $g(x)$  нечетные и удовлетворяют следующим условиям:

I.  $\exists x_1, x_3$ , такие что  $f(x) < 0$  на  $(0, x_1)$ ;  $f(x) > 0$  на  $(x_1, x_3)$ ;  $g(x) < 0$  на  $(0, \infty)$ ;  $f(0) = f(x_1) = g(0) = 0$ .

II.

$$G(x) = \int_0^x -g(s) ds \rightarrow +\infty \quad \text{при} \quad x \rightarrow +\infty.$$

При  $D = 0$  в работе [1] найдены достаточные условия существования по крайней мере двух предельных циклов системы (1).

Обозначим

$$M = \max_{[0; x_3]} |f(x)|, \quad \varphi(x) = \int_0^x -g(s)f(s) ds,$$

$d$  — единственный действительный корень уравнения  $Dy^5 + Ay^3 + By - \gamma M = 0$ .

Доказаны следующие теоремы.

**Теорема 1.** Если выполнены условия I, II, а также условие III.  $\exists \gamma > 1$ ,  $\exists x_2 \in (x_1; x_3)$  такие, что справедливы неравенства

$$\varphi(x_2) \geq 2\varphi(x_1)/(1 - \gamma); G(x_3) - G(x_2) \geq Dd^6/6 + Ad^4/4 + Bd^2/2 + 2Md, \quad (2)$$

то система (1) имеет по крайней мере один неустойчивый предельный цикл, лежащий в полосе  $-x_3 \leq x \leq x_3$ .

**Теорема 2.** Если выполнены условия теоремы 1 и

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-f(x)) > 0, \quad (3)$$

то система (1) имеет по крайней мере два предельных цикла.